

1. série

Téma: Diskrétní úlohy
Termín odeslání: 9. ŘÍJNA 2000

1. ÚLOHA (3 BODY)

Popelka má čtyři oříšky. V jednom z nich jsou šaty na ples – ten je nejlehčí, v dalším svatební šaty – ten je nejtěžší. Zbylé dva jsou stejně těžké. Popelka má k dispozici rovnoramenné váhy. Jaký nejmenší počet vážení potřebuje, aby měla jistotu, že se jí podaří určit, ve kterém oříšku jsou které šaty? Zdůvodněte.

2. ÚLOHA (3 BODY)

Mějme šachovnici s $(2n + 1) \times (2n + 1)$ políčky, na prostředním políčku stojí šachový kůň. Na každé políčko napíšeme nejmenší počet tahů, na který se lze koněm z výchozí pozice na dané políčko dostat. Sečteme všechna čísla v první řadě a od výsledku odečteme součet čísel v druhé řadě. Dokažte, že výsledné číslo je liché.

3. ÚLOHA (3 BODY)

Robert stojí na hřišti s deseti důlky rozmístěnými v kruhu. Na začátku má v každém důlku čtyři kuličky, chce ale všechny přemístit do jednoho důlku. Aby to neměl příliš snadné, chce to udělat následovně: Vybere si jeden důlek a vybere z něj všechny kuličky. Nyní bude postupovat proti směru hodinových ručiček, do prvního důlku dá první kuličku, do druhého druhou atd., dokud nerozdělí všechny kuličky, které vybral. Pak si vybere další důlek a další ... Podaří se mu tímto způsobem přemístit všechny kuličky do jednoho důlku? Zdůvodněte.

4. ÚLOHA (5 BODŮ)

Organizátoři semináře mají schůzi v restauraci. Sešlo se jich n , sedí pravidelně okolo kulatého stolu. Každý si objednal 3 dcl hruškového džusu a chtějí si každý s každým přituknout (nesmí si ťukat křížem). Jedno ťuknutí zabere organizátorovi 1 sekundu, všichni to chtějí mít co nejdříve za sebou. Jak dlouho jim bude ťukání trvat? Svůj výsledek zdůvodněte.

5. ÚLOHA (5 BODŮ)

Na šestiúhelníkovém papíře¹ máme nakreslený trojúhelník. Některá políčka obarvíme černě, ostatní bíle. Dokažte, že existuje souvislá jednobarevná oblast, která se dotýká všech stran trojúhelníku. (Protnutí bereme taky jako dotyk, políčko obsahující vrchol se dotýká obou sousedních stran.)

¹tj. na papíře vyplněném pravidelnými šestiúhelníky

6. ÚLOHA

(5 BODŮ)

V hokejové Praselize (hrané systémem každý s každým) je n týmů. V každém utkání získá vítěz dva body, poražený nula bodů. V případě remízy získají oba týmy po bodu. Z Praseligy sestupuje posledních k týmů. Pokud mají na konci soutěže některé týmy stejný počet bodů, o pořadí se losuje. Poradte trenérovi Radečkovi, kolik nejméně musí jeho tým získat bodů, aby měl jistotu, že nesestoupí.

7. ÚLOHA

(5 BODŮ)

Politik X. Y. má tři černá konta, na každém celočíselný a nezáporný počet dolarů. Peníze může mezi konty převádět. Z důvodu utajení se při převodu peněz z konta A na konto B musí na kontě B zdvojnásobit počet dolarů (a na kontě A nesmí vzniknout dluh). Ze strachu před odhalením chce X. Y. jedno (libovolné) konto zrušit a před tím všechny peníze převést na ostatní konta. Lze toho vždy docílit?

8. ÚLOHA

(5 BODŮ)

Redaktor Prase–Dnes přináší reportáž z malého českého města: „V Kocourkově měří věk reálnými čísly. Každí dva lidé a , b se v Kocourkově buď vzájemně znají nebo neznají.² Ve druhém případě existují lidé $a = a_0, \dots, a_n = b$ tak, že a_i a a_{i+1} se znají. Zjistil jsem věk všech mužů, ženy mi však sdělily jen to, že věk každé z nich je průměrem věků všech lidí, které zná. V Kocourkově je alespoň jeden muž.“³ Může redaktor v příštím čísle zveřejnit věk všech obyvatel Kocourkova? Zdůvodněte.

Řešení 1. série

1. úloha

Popelka má čtyři oříšky. V jednom z nich jsou šaty na ples – ten je nejlehčí, v dalším svatební šaty – ten je nejtěžší. Zbylé dva jsou stejně těžké. Popelka má k dispozici rovnoramenné váhy. Jaký nejmenší počet vážení potřebuje, aby měla jistotu, že se jí podaří určit, ve kterém oříšku jsou které šaty? Zdůvodněte.

Nejprve dáme na každou váhu jeden oříšek. Pokud váží oba stejně, stačí zvážít zbývající dva, abychom zjistili, ve kterém jsou svatební šaty a ve kterém šaty na ples. Pokud je jeden těžší než druhý, tak zvážíme ten těžší s jedním ze zbývajících. Pokud jsou oba stejně těžké, víme všechno. Pokud ten těžší z prvního vážení je tentokrát lehčí, máme rovněž vyhráno.

²Redaktor má přehled o tom, kteří lidé v Kocourkově se znají.

³Redaktor je zjevně matematik.

Pokud ten těžší je i tentokrát těžší, víme, že v něm jsou svatební šaty. Stačí nám nyní zvážit libovolné ze zbývajících tří a budeme vědět vše.

Tři vážení tedy stačí, dokážeme, že dvě jsou málo. Očíslujeme-li si oříšky čísly 1 až 4, snadno vidíme, že šaty v nich mohou být rozmístěny dvanácti různými způsoby. Celkový počet různých výsledků dvou vážení (bez ohledu na to, jaká je naše strategie) je $3^2 = 9$, což je méně, než počet možných rozmístění šatů v oříškách. Je tedy jasné, že existují dvě různá rozmístění šatů, při kterých dopadne vážení podle naší strategie stejně a my tyto možnosti nebudeme umět rozlišit. Proto dvě vážení nestačí.

Poznámky opravovatele: Většina řešitelů našla postup, kterým může Popelka (Popoluška) rozlišit oříšky na tři vážení (2 body). Ale jen někteří dokázali odůvodnit, proč nelze nalézt kratší postup (3 body). Uznával jsem buď počet informací (viz vzorové řešení), anebo kompletní rozbor způsobů vážení. Vyskytla se řešení, kde pisatelé uvažovali nad výchytkami vah. Na tomto principu tento typ úloh opravdu není založen, neboť obecně nedokážeme na rovno-ramenných vahách výchytky rozlišit. Jedna řešitelka se také zamyslela nad tím, kolik mohou takové oříšky se šaty vážit (+i).

2. úloha

Mějme šachovnici s $(2n + 1) \times (2n + 1)$ políčky, na prostředním políčku stojí šachový kůň. Na každé políčko napíšeme nejmenší počet tahů, na který se lze koněm z výchozí pozice na dané políčko dostat. Sečteme všechna čísla v první radě a od výsledku odečteme součet čísel v druhé radě. Dokažte, že výsledné číslo je liché.

Pokud řady sečteme, místo abychom je odečetli, dostaneme jistě stejný výsledek (protože $a + b$ je sudé právě tehdy, když $a - b$ je sudé). Jezdec může z bílého pole skočit jen na některé černé pole (nikdy ne na bílé) a naopak z černého zase jen na bílé. To znamená, že všechna černá políčka mají stejnou paritu a také všechna bílá mají stejnou paritu. Protože černých políček je lichý počet a rovněž tak bílých, musí být součet lichý (součet libovolného počtu sudých čísel a lichého počtu lichých je vždy lichý).

Poznámky opravovatele: Zdaleka nejčastější chybou (téměř polovina řešitelů!) bylo, že jste si nakreslili šachovnici pro nějaké malé n – na ní bylo vidět, že se políčka se sudými a lichými čísly střídají, a pak jste usoudili, že to platí obecně. To ale rozhodně nestačí – je třeba to obecně odůvodnit – zde stačila jediná věta, viz vzorové řešení. Vzhledem k tomu, že toto je první série, přišli jste v takovém případě o 1 bod, ale příště by to mohlo být i více. Řešitelé, kteří dokázali tvrzení jen pro některá malá n a o zobecnění se ani nepokusili, si odnesli 1 bod.

3. úloha

Robert stojí na hřišti s deseti důlky rozmístěnými v kruhu. Na začátku má v každém důlku čtyři kuličky, chce ale všechny přemístit do jednoho důlku. Aby to neměl příliš snadné, chce to udělat následovně: Vybere si jeden důlek a vybere z něj všechny kuličky. Nyní bude postupovat proti směru hodinových ručiček, do prvního důlku dá první kuličku, do druhého druhou atd., dokud nerozdělí všechny kuličky, které vybral. Pak si vybere další důlek a další ... Podaří se mu tímto způsobem přemístit všechny kuličky do jednoho důlku? Zdůvodněte.

Samozřejmě je možné přesunout všechny kuličky do jednoho důlku a jistě se snadno najde způsob, dokonce možná i ten nejrychlejší, jak to udělat. Ale my zde ukážeme jiný důkaz, který je elegantní, ale nedává žádný návod, jak tento přesun provést co nejrychleji.

Každé pozici přiřadíme dvojici čísel. První číslo bude počet kuliček v důlku D (to je ten, do kterého chceme shromáždit všechny kuličky) a druhé číslo bude součet vzdáleností ostatních kuliček od důlku D (tj. o kolik důlků musím kuličku posunout, abych ji dostal do důlku D). Nyní řekneme, že jedna pozice je menší než druhá, jestliže její první číslo je menší, nebo pokud jsou jejich první čísla stejná, ale druhé číslo je větší. Tj. pozice je tím větší, čím jsme blíž k cíli. Ať provedeme jakýkoli tah, který nepřesouvá kuličky z důlku D , pozice se zvětší. Dále si uvědomíme, že v každé pozici, ve které nejsou všechny kuličky v důlku D lze provést tah, který nepřesouvá kuličky z důlku D . Naše strategie bude jednoduchá – pokaždé provést libovolný tah, který nepřesouvá kuličky z důlku D . Protože pozic je konečný počet, musíme ve všech případech po konečném počtu tahů dospět do největší pozice, což je právě ta, kde jsou všechny kuličky v důlku D .

Poznámky opravovatele: Idea ve vzorovém řešení nenapadla nikoho, nejvíce se jí přiblížili *František Bártík* a *Filip Jaroš*. Nesprávná řešení spočívala všechna v „důkazu“, že se Robertovi shromáždit kuličky nepodaří.

Správná řešení byla většinou na 3 body a hodnotil jsem je spíše na imaginární ose. Za pouhý výpis konkrétního postupu jsem dával $-i$, za náznak systému a zdůvodnění jeho správnosti $0i$ a za podrobně provedený existenční důkaz $+i$.

4. úloha

Organizátoři semináře mají schůzi v restauraci. Sešlo se jich n , sedí pravidelně okolo kulatého stolu. Každý si objednal 3 dcl hruškového džusu a chtějí si každý s každým přituknout (nesmí si ťukat křížem). Jedno ťuknutí zabere organizátorovi 1 sekundu, všichni to chtějí mít co nejdříve za sebou. Jak dlouho jim bude ťukání trvat? Svůj výsledek zdůvodněte.

Jelikož se jednalo o schůzi, můžeme předpokládat, že v restauraci seděli alespoň tři organizátoři. Jedním z účastníků rokování byl Robert. Po Robertově levici seděl Radek, po pravici Pavel. Robert si musí ťuknout se všemi ostatními, což mu zabere alespoň $n - 1$ sekund. Radek si někdy musí ťuknout s Pavlem. V té době bude ale Robert na ocet, protože kdyby si s někým ťukal, pak by to bylo křížem a to je zlé. Tedy celkově celý ceremoniál zabere nejméně n sekund.

Už stačí jen ukázat, že za n sekund lze vše vyřídit. K tomu účelu si organizátory očíslujeme čísla $1, 2, \dots, n$ třeba od Roberta proti směru hodinových ručiček. Ťukání bude pro $n = 2k + 1$ probíhat takto (kresle si obrázek):

1. sekunda: 1 a 2 , n a 3 , $n - 1$ a 4 , \dots , $k + 3$ a $k + 1$.

2. sekunda: 2 a 3 , 1 a 4 , n a 5 , \dots , $k + 4$ a $k + 2$.

\vdots

n . sekunda: n a 1 , $n - 1$ a 2 , $n - 2$ a 3 , \dots , $k + 2$ a k .

Pro $n = 2k$:

1. sekunda: 1 a 2, n a 3, \dots , $k + 2$ a $k + 1$.
 \vdots
 k . sekunda: k a $k + 1$, $k - 1$ a $k + 2$, \dots , 1 a n .
 $(k + 1)$. sekunda: 1 a 3, n a 4, \dots , $k + 3$ a $k + 1$.
 \vdots
 n . sekunda: k a $k + 2$, $k - 1$ a $k + 3$, \dots , 2 a n .

Snadno lze nahlédnout, že tento ťukací rozvrh je správný (tzn. že si ťukne každý s každým a nikdy se ruce nekříží) – řešením je tedy číslo n .

Poznámky opravovatele: Většina řešitelů pouze ukázala, že si lze ťuknout za n sekund (1 až 3 body). Někteří ukázali, že lépe to pro lichá n nejde, ale důkaz pro sudá n mě nepřesvědčil. Většinou byl založen na hypotéze, že si všichni musí ťukat „rovnoběžně“, bez správného zdůvodnění (které by bylo asi těžší než celá úloha).

5. úloha

Na šestiúhelníkovém papíře⁴ máme nakreslený trojúhelník. Některá políčka obarvíme černě, ostatní bíle. Dokažte, že existuje souvislá jednobarevná oblast, která se dotýká všech stran trojúhelníku. (Protnutí bereme taky jako dotyk, políčko obsahující vrchol se dotýká obou sousedních stran.)

Budeme si všimát jen políček, s nimiž má trojúhelník (označme si jej ABC) neprázdný průnik. Rozdělme šestiúhelníky do skupin, aby každá obsahovala alespoň jedno políčko, aby všechna políčka ve skupině měly stejnou barvu a aby každá skupina byla souvislá a maximální (tj. po přidání libovolného dalšího šestiúhelníku by už tato skupina nesplňovala zmíněné podmínky). Označme M_0 jednu ze skupin, které se dotýkají vrcholu A . Tato skupina se jistě dotýká dvou stran (AB a AC). Pokud se dotýká třetí, důkaz je u konce. Jinak definujeme rekurentně: M_{n+1} je skupina (opačné barvy než M_n), která se dotýká stran AB a AC , není totožná s žádnou M_i a mezi ní a M_n neleží žádná jiná taková skupina (tj. je nejbližší); pokud žádná taková neexistuje, skončíme. Rozmyslete si, že je tato definice korektní – že je jasné, co to je „mezi“, a že je jednoznačná. Protože uvažujeme jen konečné políček (ostatně ani papír není nekonečný), určitě nastane situace, kdy již další M_{n+1} nelze najít. Nyní mohou nastat dvě situace: M_n se dotýká strany BC a tedy je to hledaná oblast, nebo se jí nedotýká. Potom políčka dotýkající se strany BC musí tvořit souvislou oblast, která se dotýká i vrcholů B a C a tím i stran AB a AC , tudíž hledaná oblast také existuje.

Poznámky opravovatele: Úloha byla jednoduchá (bylo třeba dokázat, že pro libovolné obarvení trojúhelníku na šestiúhelníkovém papíře existuje oblast nějakých vlastností – ti, co si zadání přeložili nesprávně dostali 0 bodů) i způsob důkazu byl skoro zřejmý, takže jediný problém byl, jak to pořádně napsat:

(o) Odstavec o tom, co je to důkaz, najdete například v naší ročence.

⁴tj. na papíře vyplněném pravidelnými šestiúhelníky

(i) Mám-li dokázat, že něco platí pro všechna obarvení, pak to obarvení nevytváří já, ale zadá mi ho „nepřítel“ a já jen argumentuji o tom, co je už dáno, nic nebarvím. Takže postupy, kdy řešitel začíná s bílým papírem a potom nějakým způsobem barví a barví, až to nevyjde, dostaly podle obsahu myšlenek 1 až 3 body. I když argumentujete tím, že v každém jednotlivém kroku je vámi provedené přibarvení to nejlepší (nejvíc narušuje souvislé plochy, které se dotýkají stran) neznamená to ještě, že celé barvení dohromady je nejvýhodnější. Nevyplývá z toho, že nějaké úplně jiné barvení, které jste neuvažovali, nemůže být bez souvislé jednobarevné plochy splňující vlastnosti zadání.

6. úloha

V hokejové Praselize (hrané systémem každý s každým) je n týmů. V každém utkání získá vítěz dva body, poražený nula bodů. V případě remízy získají oba týmy po bodu. Z Praseligy sestupuje posledních k týmů. Pokud mají na konci soutěže některé týmy stejný počet bodů, o pořadí se losuje. Poradte trenérovi Radečkovi, kolik nejméně musí jeho tým získat bodů, aby měl jistotu, že nesestoupí.

Uvažujme situaci, kdy posledních $k - 1$ týmů mezi sebou remizuje a se všemi ostatními prohrají. Dále nechť zbylých $n - k + 1$ týmů včetně Radečkova mezi sebou také remizuje. Pak má Radečkův tým $(n - k) + 2(k - 1) = n + k - 2$ bodů a přesto nemá jistotu, že nesestoupí. Dělí se totiž o první až $(n - k + 1)$. místo ve skupině, ve které bude vylosován jeden sestupující. Je tedy vidět, že $(n + k - 2)$ bodů nestačí. Intuitivně je však jasné, že námi popsána situace je nejhorší. Precizně teď tedy zdůvodníme, že $(n + k - 1)$ bodů již Radečkovi zaručuje udržení se v Prase-lize. Spočítejme, kolik nejvíce získalo dohromady bodů prvních $(n - k + 1)$ družstev. Ve vzájemných zápasech bylo rozděleno vždy po dvou bodech, tedy celkem $(n - k + 1)(n - k)$ bodů. V zápasech s ostatními $(k - 1)$ družstvy nemohli získat více než $2(n - k + 1)(k - 1)$ bodů (nejvýše 2 body v každém zápase). Celkem tedy prvních $(n - k + 1)$ družstev získalo nejvýše $(n - k + 1)(n - k) + 2(n - k + 1)(k - 1) = (n - k + 1)(n + k - 2)$. Je tedy jasné, že poslední z těchto $(n - k + 1)$ družstev muselo získat maximálně $(n - k + 1)(n + k - 2) / (n - k + 1) = (n + k - 2)$ bodů. Získalo-li tedy Radečkovu družstvo alespoň $(n + k - 1)$ bodů, jistě se umístilo před tímto $(n - k + 1)$. družstvem, což je družstvo na poslední sestupové pozici. Radečkovu družstvo se tedy udrželo v soutěži.

Poznámky opravovatele: Úloha to nebyla obtížná, většina řešitelů obdržela správný výsledek. Nicméně někteří z nich ho dostatečně nezdůvodnili, a proto jsem jim musel strhnout body. K úplnému zdůvodnění bylo třeba dokázat dvě věci: Nejprve, že při zisku $n + k - 1$ bodů nemůže tým trenéra Radečka nikdy sestoupit, a za druhé, že při zisku $n + k - 2$ bodů existuje takový závěrečný výsledek ligy, při kterém tým trenéra Radečka sestoupit může. Teprve když ukážeme tyto dvě věci, můžeme směle tvrdit, že nejmenší počet bodů potřebný k tomu, aby tým trenéra Radečka nesestoupil, je $n + k - 1$.

7. úloha

Politik X. Y. má tři černá konta, na každém celočíselný a nezáporný počet dolarů. Peníze může mezi konty převádět. Z důvodu utajení se při převodu peněz z konta A na konto B musí na

kontě B zdvojnásobit počet dolarů (a na kontě A nesmí vzniknout dluh). Ze strachu před odhalením chce X. Y. jedno (libovolné) konto zrušit a před tím všechny peníze převést na ostatní konta. Lze toho vždy docílit?

Ano, lze. Označme počet dolarů na prvním, druhém a třetím kontě jako a , b a c a bůno předpokládejme, že $a \leq b \leq c$. Pokud $a = 0$, jsme hotovi. Nechť je tedy $a > 0$, dělením se zbytkem vyjádříme b ve tvaru $b = qa + a'$, kde q i a' jsou celá čísla, $q > 0$ a $0 \leq a' < a$. Vyjádříme si q ve dvojkové soustavě jako

$$q = q_0 + 2q_1 + \dots + 2^m q_m,$$

přičemž q_i je 0 nebo 1, $q_m = 1$. Nyní provedeme sérii $m + 1$ transakcí. Za i budeme postupně dosazovat 0, 1, \dots , m . Pro každé i na první konto převedeme $2^i a$ dolarů (tím se jeho obsah zdvojnásobí). Pokud $q_i = 1$, převedeme je z druhého konta, pokud $q_i = 0$, vezmeme je z konta třetího. Na druhém kontě nám zjevně zbyde a' dolarů, tedy se nedostaneme do mínusu. Z třetího konta jsme převedli maximálně $(1 + 2 + \dots + 2^{m-1})a < 2^m a \leq b \leq c$ dolarů, tudíž ani tam jsme nepřecherpalí.

Právě popsáním postupem jsme snížili částku na „nejchudším“ účtu z a na a' . Pokud $a' = 0$, jsme hotovi, jinak zopakujeme celý postup znovu a po nejvýše a' opakováních bude na jednom z účtů nula.

Poznámky opravovatele: Ke správnému řešení se přiblížili pouze tři řešitelé, pouze *Martinu Tancerovi* pak nešlo nic vytknout. Ze zbylých řešitelů pak někteří špatně pochopili zadání (např. si konta pojmenovali A, B, C a prohlásili, že podmínka dvojnásobení musí být dodržena pouze při převodu z konta A na konto B), ostatní nepřišli na nic kloudného. Některým řešitelům bych doporučil přečíst si článek *Jak řešit úlohy korespondenčního semináře?*

8. úloha

Redaktor Prase–Dnes přináší reportáž z malého českého města: „V Kocourkově měří věk reálnými čísly. Každí dva lidé a, b se v Kocourkově buď vzájemně znají nebo neznají.⁵ Ve druhém případě existují lidé $a = a_0, \dots, a_n = b$ tak, že a_i a a_{i+1} se znají. Zjistil jsem věk všech mužů, ženy mi však sdělily jen to, že věk každé z nich je průměrem věků všech lidí, které zná. V Kocourkově je alespoň jeden muž.“⁶

Může redaktor v příštím čísle zveřejnit věk všech obyvatel Kocourkova? Zdůvodněte.

Ano, může. Z nedostatku fantazie si obyvatele Kocourkova označíme 1, 2, \dots , k ; věk občana i označíme v_i . Snadno si všimneme, že redaktorova zjištění tvrdí, že v_1, \dots, v_k splňují soustavu k lineárních rovnic – pokud i je muž, máme rovnici $v_i = c_i$ (kde c_i je věk, který redaktor zjistil), pokud je i žena, máme rovnici $v_i = (v_{i_1} + \dots + v_{i_{l_i}})/l_i$ (kde i_1, \dots, i_{l_i} jsou lidé, které i zná). Protože redaktor je matematik, umí řešit soustavy lineárních rovnic a zdánlivě je vše vyřešeno.

⁵Redaktor má přehled o tom, kteří lidé v Kocourkově se znají.

⁶Redaktor je zjevně matematik.

Ovšem soustava k lineárních rovnic o k neznámých může mít 0, 1, nebo nekonečně mnoho řešení. První možnost nenastává (redaktorovi Prase-Dnes si nikdo netroufne lhát, tedy existuje alespoň jedno řešení – skutečný věk obyvatel), musíme tedy ještě zjistit, zda nemůže nastat možnost třetí. Předpokládejme pro spor, že existuje jiné možné řešení v'_1, \dots, v'_k a označme $u_i = v_i - v'_i$, u_i nazvěme pseudověk občana i . Povšimněme si, že každý muž má pseudověk nula, pseudověk libovolné ženy je průměrem pseudověků těch, které zná. Búno má někdo kladný pseudověk, označme m maximální pseudověk a M množinu všech lidí, kteří mají pseudověk m . Zjevně M obsahuje jen ženy ($m > 0$). Všimněme si, že pokud je $z \in M$, pak také všichni, které z zná, jsou v M (m , tj. pseudověk z , je průměr několika pseudověků, z nichž každý je nejvýše roven m ; jsou tedy všechny rovny m). Zvolme tedy $a \in M$, $b \notin M$ (např. volme za b nějakého muže). Podle zadání existují $a_0 = a$, $a_1, \dots, a_n = b$ tak, že a_i zná a_{i+1} . Ovšem $a_0 \in M$, tedy i $a_1 \in M$, \dots , a tedy i $b \in M$, což je spor. Takže existuje jen jedno řešení a to může redaktor zveřejnit (stranou nechme otázku, zda jeho zveřejněním neporuší zákon o ochraně osobních informací \dots).

Poznámky opravovatele: Úloha byla trochu nešťastně zformulovaná⁷ a někteří řešitelé si jí zlehčili tím, že prohlásili, že redaktor neví, kdo se s kým zná. Tato varianta je však triviální (např. jsou-li v Kocourkově dva různě staří muži, kteří se znají a jedna žena, která zná buď jednoho, nebo druhého, redaktor nic nezmůže) a to by (u 8. úlohy) mělo řešitele upozornit, že je něco v nepořádku. Kdo se tedy nezabýval správnou variantou zadání, kdy redaktor ví, kdo se s kým zná, dostal 0 bodů. Z těch, co řešení pochopili správně, většina úlohu převedla na soustavu lineárních rovnic. Za to dostali 1 bod, protože to byla velice jednoduchá část úlohy a hlavní obtíž spočívala v důkazu, že tato soustava má právě jedno řešení (které navíc redaktor umí spočítat). To se povedlo jen *Filipu Jarošovi*, *Kataríně Quittnerové* a *Martinu Tancerovi*.

⁷V naší verzi už je tento nedostatek odstraněn (pozn. aut.).