

# Úlohy na šachovnici

3. PODZIMNÍ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 7. PROSINCE 2015

*Upozorňujeme, že první seriálová série má datum odeslání společný s touto sérií.*

ÚLOHA 1. (3 BODY)

Rozmístěte na šachovnici  $6 \times 6$  čtyři *tchýně*<sup>1</sup> tak, aby se navzájem neohrožovaly a právě jedno volné pole zůstalo neohrožené.

ÚLOHA 2. (3 BODY)

V rozích šachovnice  $3 \times 3$  stojí dokola postupně Šemík, Rosinanta, Stínovlas a Trojský kůň. Všichni se mohou pohybovat jako šachovní koně a nesmí stát dva na stejném poli. Je možné, aby se za těchto podmínek Šemík s Rosinantou prohodili a ostatní se vrátili na svá původní místa?

ÚLOHA 3. (3 BODY)

Obarvěte sedm polí šachovnice  $4 \times 4$  tak, aby na ní po odebrání libovolných dvou sloupců a dvou řádků zůstalo alespoň jedno obarvené pole.

ÚLOHA 4. (5 BODŮ)

Najděte všechna přirozená  $n$ , pro která lze rozdělit šachovnici  $n \times n$  na lichý počet čtverců  $2 \times 2$  a několik<sup>2</sup> tetromin tvaru T.

ÚLOHA 5. (5 BODŮ)

Kuba a Bára spolu hrají hru. Na začátku mají šachovnici  $2015 \times 2015$ , kde jsou všechna políčka bílá. Kuba v každém svém tahu přebarví nějaký bílý čtverec  $2 \times 2$  na černo, Bára vždy přebarví nějaká tři bílá políčka tvořící jakkoliv orientované L. Pravidelně se střídají v tazích, přičemž Kuba začíná. Prohrává ten, kdo jako první nemůže táhnout. Který z nich má vyhrávající strategii?

ÚLOHA 6. (5 BODŮ)

Dva kamarádi, Plusík a Mínusík, našli šachovnici  $3 \times 3$  vyplněnou v nějakém pořadí čísla 1 až 9. Plusík umí ke všem číslům v libovolném čtverci  $2 \times 2$  přičíst jedničku, Mínusík umí analogicky odčítat. Poté, co si s šachovnicí chvíli takto hráli, objevilo se ve všech jejích políčkách stejné číslo. Kolik to mohlo být?

ÚLOHA 7. (5 BODŮ)

Na šachovnici  $2015 \times 2015$  stálo 2015 věží, z nichž se žádné dvě neohrožovaly. Náhle se všechny proměnily v tchýně, udělaly jeden tah jako koně a proměnily se zpět ve věže. Dokažte, že nyní se nutně nějaké dvě z nich ohrožují.

---

<sup>1</sup>Tchýně je figura pohybující se po šachovnici pomocí tahů koně i věže.

<sup>2</sup>Nemusí být použito žádné.

ÚLOHA 8.

(5 BODŮ)

Kouzelníci Štěpán a David si pro Rada připravili trik s šachovnicí  $n \times n$ . Nejprve David odešel pryč, aby nic neviděl ani neslyšel. Poté Štěpán Radovi nakázal, ať na každé políčko položí dle své vůle buď bílý, nebo černý knoflík. Následně ho nechal, aby zvolil libovolné políčko  $A$  a sdělil mu, které to je. Nato si Štěpán vybral políčko  $B$  (ne nutně různé od  $A$ ) a změnil barvu knoflíku, který na  $B$  ležel. Když potom přišel David, byl schopný pouze z pohledu na šachovnici uhodnout, které políčko  $A$  si Rado vybral. Pro která  $n$  je tento trik proveditelný?