Geometrie trojúhelníka I

1. SERIÁLOVÁ SÉRIE TERMÍN ODESLÁNÍ: 5. PROSINCE 2016

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)

Na straně BC daného trojúhelníka ABC se pohybují body D a E tak, že $|BD| = |CE|$. Označíme-li M střed úsečky AD, dokažte, že přímka ME prochází pevným bodem (nezávislým na poloze bodů D, E).

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)

V trojúhelníku ABC s opsištěm O, těžištěm T a kolmištěm H označme O_a osový obraz O podle strany BC a analogicky sestrojme body O_b a O_c. Dále označme X střed úsečky HT. Dokažte, že přímky AH, O_aX a O_bO_c procházejí jedním bodem.

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)

Nechť $ABCD$ je rovnoramenný lichoběžník, ve kterém $AB \parallel CD$. Kružnice vepsaná trojúhelníku BCD se dotýká strany CD v bodě P. Buď Q bod na vnitřní ose úhlu CAD takový, že $QP \perp CD$. Druhý průsečík kružnice opsané trojúhelníku QCA s přímkou CD nazvěme X. Ukažte, že trojúhelník QAX je rovnoramenný.