

3. série

Faktoriály

1. ÚLOHA

Dokažte

$$(12!)! \leq 10^{10^{10}}.$$

2. ÚLOHA

Dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí $(3n)! \leq (2n)^{3n}$.

3. ÚLOHA

Najděte všechna $n \in \mathbb{N}$ taková, že třetí odmocnina z výrazu $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ je celé číslo.

4. ÚLOHA

Ke každému přirozenému číslu n přiřadíme čísla a_n a b_n : a_n nám udává počet takových přirozených čísel i , že na i -tém místě od konce v desítkovém zápisu čísla n stojí cifra i (například pro $n = 567259021$ vyhovuje $i = 1, 2, 5, 7$; tedy $a_n = 4$), číslo b_n položíme rovno 0, pokud se v desítkovém zápisu některá cifra opakuje, jinak položíme $b_n = 1$. Spočítejte $\sum_{n=123456789}^{\infty} a_n b_n$.

5. ÚLOHA

Najděte všechny dvojice (m, n) přirozených čísel, pro které platí $1!3!5! \dots (2n+1)! = m!$.