

# 5. série

## Teorie čísel

### 1. ÚLOHA

Zjistěte pro která  $n \in \mathbb{N}$  je

$$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{\cdots + \sqrt{n}}}}$$

racionální číslo.

### 2. ÚLOHA

Nechť  $n > 4$  a  $n$  není prvočíslo. Potom  $n$  dělí  $(n - 3)!$ . Dokažte.

### 3. ÚLOHA

Dokažte, že každý reálný kořen rovnice  $x^5 + x = 10$  je iracionální.

### 4. ÚLOHA

Ukažte, že rovnice  $3^a + 1 = 5^b + 7^c$ ,  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , má *jediné* řešení  $a = b = c = 0$ .

### 5. ÚLOHA

Nalezněte alespoň 10 různých řešení rovnice  $a^6 + b^6 = c^2 + 2d^3$  v oboru celých čísel.