Geometrie trojúhelníka 2

2. SERIÁLOVÁ SÉRIE — TERMÍN ODESLÁNÍ: 6. ÚNORA 2017

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)

Nechť I_A a I_C jsou postupně A-připsiště a C-připsiště trojúhelníka ABC. Na kružnici jemu opsané zvolme libovolný bod P různý od B. Dokažte, že střed úsečky, jejíž krajní body jsou opsiště trojúhelníků I_ABP a I_CBP, je opsištěm trojúhelníka ABC.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)

Konvexní pětiúhelník $AXYZB$ je vepsán do půlkružnice s průměrem AB. Označme postupně P, Q, R, S paty kolmic vedených bodem Y k přímkám AX, BX, AZ, BZ. Dokažte, že velikost ostrého úhlu svíraného přímkami PQ a RS je rovna polovině velikosti úhlu XOZ, kde O je střed úsečky AB.

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)

Uvnitř trojúhelníka ABC je dán bod P. Paty kolmic z bodu P na strany BC, CA a AB označme postupně D, E a F. Dále nechť V je kolmiště trojúhelníku AEF. Dokažte, že pokud $DE \perp DF$, pak platí

$$|\sphericalangle BPC| + |\sphericalangle BVC| = 180^\circ + \alpha.$$