Geometrie trojúhelníka 3

3. SERIÁLOVÁ SÉRIE TERMÍN ODESLÁNÍ: 10. DUBNA 2017

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)

Je dán ostroúhlý nerovnostranný trojúhelník ABC. Tečny k jeho kružnici opsané vedené vrcholy B a C se protínají v bodě, který označíme A' a podobně definujeme body B' a C'. Označme O ospiště trojúhelníku ABC, L jeho Lemoinův bod a O' opsiště trojúhelníku $A'B'C'$. Obraz přímky LA' podle osy úhlu $B'A'C'$ označme l_A a podobně definujeme přímky l_B a l_C. Dokažte, že přímky l_A, l_B, l_C a OO' procházejí jedním bodem.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)

Mějme ostroúhlý trojúhelník ABC s kružnicí opsanou Γ a Feuerbachovou kružnicí γ. Buď X bod na Γ. Nechť Y a Z jsou dva různé body na Γ takové, že středy úseček XY a XZ leží na γ. Navíc platí, že trojúhelník XYZ je ostroúhlý. Ukažte, že střed YZ leží na γ.

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)

Nechť ABC je různostranný trojúhelník s kolmištěm H a opsištěm O. Paty výšek na strany BC, CA a AB označme popořadě A_1, B_1 a C_1. Přímka OH protíná přímky B_1C_1, C_1A_1 a A_1B_1 postupně v bodech X, Y a Z. Ukažte, že kružnice nad průměry A_1X, B_1Y a C_1Z mají všechny společný bod.