Výpočet bodů za sérii

Aby byli při bodování úloh mírně zvýhodněni mladší a začínající řešitelé, určuje se u každého řešitele tzv. *koeficient.* Jeho výchozí hodnota se vypočte následovně:

$$\tilde{k} = (r-1) + m + \frac{2z}{450},$$

kde r je ročník (přepočítaný tak, aby odpovídal čtyřletému gymnáziu, studenti a žáci plníci povinnou školní docházku mají $\frac{1}{2}$), m má hodnotu 1 pro matematickou třídu (zaměření 01), $\frac{1}{2}$ pro matematicko-fyzikální (zaměření 02), 0 pro ostatní a konečně z je počet počet bodů, které řešitel získal během předchozích ročníků. Jelikož výsledný koeficient k je vždy číslo z intervalu $\langle -\frac{1}{2}, 6\rangle$, položíme $k = \min(\tilde{k}, 6)$.

Nyní vypočteme *hrubý bodový zisk* – to je reálné číslo, se kterým ve výpočtu všude dále pracujeme namísto komplexního čísla, kterým byly tvé úlohy ohodnoceny opravovateli. Jestliže jsi získal za sérii b bodů ($b \in \mathbb{C}$), je výchozí hodnota hrubého bodového zisku dána vztahem

$$\tilde{h} = \Re(b) + \big(2 - \sqrt{3}\big)\Im(b).$$

Jelikož by toto číslo mohlo být teoreticky záporné nebo větší, než je maximální počet bodů za sérii (označíme ho s, běžně je $s = 25$), „ořízneme“ výchozí hodnotu do tohoto intervalu:

$$h = \begin{cases} s & \text{pokud } \tilde{h} \geq s, \\ 0 & \text{pokud } \tilde{h} \leq 0, \\ \tilde{h} & \text{jinak.} \end{cases}$$

Důsledkem tohoto výpočtu je mimo jiné to, že pokud jsi získal za sérii plný počet reálných bodů a ještě nějaké kladné imaginární, tyto imaginární se do výsledného bodování nijak nepromítnou.

Předpokládejme dále, že $k < 3$. Pro další výpočet bude podstatné číslo t definované jako

$$t = \frac{s}{2}\left(1 + \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\frac{k\pi}{6}\right).$$

Hledaný *výsledný bodový zisk* za sérii (což už je číslo, které se udává ve výsledkové listině) pak dostaneme podle vztahu

$$v = \sqrt{t^2 + (s+t)^2 - (s+t-h)^2} - t.$$

Jak toto číslo interpretovat geometricky? Uvažujme v rovině čtverec $ABCD$ o straně s. Na přímku $\overleftrightarrow{BD}$ vyneseme bod S ve vzdálenosti $\sqrt{2}\,t$ od bodu B, přičemž celá úsečka $\overline{BS}$ je vně čtverce. Dále nechť je dána kružnice ℓ o středu S a procházející body A a C. Na úsečce $\overline{AB}$ najdeme bod X takový, že $|AX| = h$, a povedeme jím kolmici p ($p \perp \overline{AB}$). Kružnice ℓ a přímka p se protnou ve dvou bodech, ten uvnitř čtverce označíme Y. Výsledný bodový zisk za sérii je $v = |XY|$.

V případě, že $k > 3$, postupujeme takto: číslo t se nyní zvolí jako

$$t = \frac{s}{2}\left(1 + \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\frac{(6-k)\pi}{6}\right)$$

a výsledný bodový zisk je

$$v = s - \left(\sqrt{t^2 + (s+t)^2 - (t+h)^2} - t\right).$$

Tento vzorec lze interpretovat tak, že kružnice ℓ je obrazem kružnice získané dle postupu uvedeného výše pro koeficient $6 - k$ v osové souměrnosti podle osy $\overleftrightarrow{AC}$, jinak zůstává postup stejný.

Nakonec zbývá případ $k = 3$ – tehdy je prostě $v = h$. Lze si to představit tak, že střed S je „v nekonečnu“, tudíž se kružnice změnila na přímku $\overleftrightarrow{AC}$.