

Teorie grup III – Svoboda pro grupy

3. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 9. DUBNA 2018

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)

Na stěnu si chceme pověsit obraz, a to pomocí provázku, který je oběma konci připevněn k jeho rámu. Do zdi je zatlučeno deset hřebíků.

- (a) Ukažte, že je možné na ně obraz pověsit tak, aby spadl po vyndání libovolných devíti hřebíků, zatímco po vytažení libovolných osmi bude stále ještě viset.
- (b) Pět hřebíků je stříbrných a pět zlatých. Ukažte, že je možné na ně obraz pověsit tak, aby spadl pouze v případě, když vyndáme všechny hřebíky z jednoho kovu.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)

Bud' A konečná abelovská grupa a B její podgrupa taková, že $|B|$ a $|A/B|$ jsou nesoudělná čísla. Dokažte, že $A \simeq B \times A/B$.

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)

Mějme volnou grupu F_2 nad písmeny $\{a, b\}$. Ukažte, že podgrupa H generovaná všemi součiny tvaru $a^n b^m a^{-n} b^{-m}$ pro celá čísla m, n je izomorfní volné grupě s nekonečnou volnouází.